

LES FIGURES DE CHLADNI.

La geometria del so.

Diablers, templers i tritons

*«Els ritmes de la música amaguen un secret;
si jo el divulgués, aquest secret transformaria el món»*

*- Jalâl al-Dîn Rûmî-
(1207-1273, poeta, teòleg i místic sufí)*

Bordón és un petit poble de poc més de cent habitants al cor de la comarca del Maestrazgo, a la província de Teruel. L'església parroquial, Nuestra Señora de la Carrasca, va ser ampliada externament durant els s. XVII i XVIII en substitució d'una ermita original gòtica construïda pels templers al 1306. Aquesta edificació antiga custodiava una imatge trobada en una cova: la Verge negra de la Carrasca, actualment desapareguda.

Aquesta església és coneguda dins els cercles esotèrics com a «la petita Rosslyn espanyola» perquè, a l'igual que la seva homòloga d'Edinburgh, conté curiosos símbols místics a les pintures al fresc, datades de 1719. Juntament amb les llegendes que l'envolten, aquesta església conté tot aquell material que faria les delícies dels escriptors de novel·les de conspiracions religioses: Verges negres, miracles, templers, rituals iniciàtics, forces tel·lúriques, evangelis apòcrifs...

Però els símbols que han fet córrer més rius de tinta del lloc en qüestió, són els que semblen recordar els experiments de les plaques vibrants, uns patrons de geometria que depenen de la freqüència de vibració d'un cos. Aquesta febre interpretativa ve potenciada per la figura de Santa Cecília (patrona i inspiradora dels músics) que es troba a l'església de la Carrasca i que donaria la clau de la interpretació dels símbols sonors basant-se en la posició dels seus dits damunt un orgue al teclat del qual li manca el *si b* (nota que evitaria el diabòlic tritó si no l'hagués omès l'artista). Alguns hi veuen precisament una intencionalitat en mostrar el tritó, considerat diabòlic i, per tant, prohibit entre els teòrics de la música medieval i antiga. En definitiva: l'església seria un recinte iniciàtic i apòcrif, hereu de cultes ancestrals pre-cristians i estaria en contradicció amb el pensament de l'ortodòxia catòlica. D'aquí la necessitat d'ocultar-ho.



Pintura de Santa Cecilia de l'església de Bordón (Teruel). Fotografia: Sergio Solsona

Sincerament, tinc els meus dubtes sobre si aquesta posició és realment un «tritó» i de les conseqüents interpretacions esotèriques del lloc o si, simplement, aquestes pintures són producte de l'atzar de l'artista. Això seria tema d'un estudi molt més exhaustiu i multi-disciplinar.

Sigui veritat o no, el que sí amaga aquesta bonica llegenda és l'enorme interès que aixeca la possible transformació de la música (vibracions, al cap i a la fi) en figures geomètriques de gran bellesa.

Què són, doncs, aquestes estranyes formes que semblen brollar del no-res? Què és el que ordena un aparent caos en línies elegants i proporcionades? És la porta a una altra dimensió? En certa manera, sí. La ciència és racional i analítica, i tal vegada la interpretació no serà tan màgica com ens agradaria... o potser sí?

Abans, però, unes nocions sobre acústica i música.

Ones, freqüències i una nit a l'òpera

«La música és un exercici d'aritmètica secreta i qui s'entregui a ella ignora que la manegen els nombres»

-Gottfried Wilhelm Leibniz- (1646-1716)

El so no és més que una pertorbació en l'espai, i l'energia que la provoca es desplaça a través d'un mitjà en forma d'ona. En el buit, el so no es pot propagar i alguns materials són mal conductors per ser massa tous (cera, mantega, plom...) o excessivament porosos (teixits, suro, etc). Altres, en canvi, són molt bons conductors

com ara l'aigua, l'aire o l'acer. És precisament la resistència a les deformacions el que fa que un material sigui bon conductor. Per exemple l'aire és bo a causa del seu comportament elàstic; és a dir, que no té cap problema en retornar al seu estat original encara que el comprimim molt.

Imaginem una molla elàstica i l'estirem. Quan la tenim tensada la deixem anar d'un extrem i tot el sistema es contrau per tornar a la seva longitud primitiva. Aquesta «pertorbació» que li hem creat va passant d'un punt a altra de la molla amb un petit retard creant l'efecte onada. Quan ha passat aquesta ona, el sistema torna al seu estat primitiu. Així es propaga el so. Està establert que viatja a l'aire a 343.2m/s a nivell del mar a la temperatura de 20°C i 50% d'humitat. Aquesta velocitat és la mateixa sigui quina sigui l'energia inicial. A l'aigua és d'uns 1500 m/s o a l'acer a uns 5000 m/s per posar uns exemples.



Ona sinusoidal pura generada amb el programa Audacity

Però l'energia inicial sí que afectarà la percepció de la pressió d'aquest so: com més forta sigui, més intensa serà la percepció. És obvi; l'explosió d'una bomba desplaça més energia que el xiuxiueig en una biblioteca. També és inversa a la distància recorreguda per l'ona: a més distància menys percepció sonora, llevat de les ones planes que pràcticament no varien.

Hi ha diferents tipus d'ones depenent d'on es propaguen. Per exemple, les *ones planes* són les que es propaguen a l'interior d'un tub perpendicularment al seu eix i pràcticament no perden energia sigui quina sigui la llargària del tub. Heu jugat mai a fer de telefonistes amb la mànega del jardí quan no hi resta aigua a dins? Per llarga que sigui, el trapella de la colla sempre et deixa sord quan crida a l'altra cantó. Proveu-ho, és divertit.

Les *ones esfèriques*, en canvi, serien les que s'originen a l'aire quiet i es propaguen de manera esfèrica en totes direccions a la velocitat del so a partir d'un focus.

Aquestes «s'apaguen» a mesura que creix la distància recorreguda. I es mouen per l'aire com una pilota inflant-se (seria el cas del soroll d'un avió).

Les *ones comuns*, com indica el nom, són les més habituals pel fet que la presència d'obstacles modifiquen la forma de l'ona original. Per a determinar-les és necessari conèixer el comportament de l'ona sonora al xocar amb els diferents materials.

La quantitat de repeticions que emet una font sonora per unitat de temps s'anomena freqüència i es mesura en Hertz (Hz), succés per segon.

El període d'oscil·lació seria el temps transcorregut entre dos punts equivalents de l'ona; és a dir, el temps que dura un cicle d'ona a tornar a començar. Aquest període és invers a la freqüència.

$$f=n/T$$

On:

f = freqüència, n =nombre de repeticions, T =període de l'oscil·lació.

Per exemple, una llum parpellejant a una freqüència de 2.0Hz ho faria cada 0.5 segons. I una de freqüència de 0,5Hz ho faria cada 2 segons.

Una freqüència més alta provoca un so més agut i una freqüència més baixa un so més greu. Això ho saben molt bé els afinadors de piano i músics d'instruments de corda: com més atansen les cordes, més agut és el so. Aquest és l'origen de l'afinació de l'escala musical. En parlarem més endavant.

Hi ha una característica pròpia de les freqüències: mentre la senyal arriba al receptor, sigui quina sigui la distància entre l'emissor i el receptor i el suport material pel qual es transmet l'ona, la freqüència no varia.

Això ho podem comprovar fàcilment. Imaginem que tenim un magnífic piano de palissandre i toquem un Do3 al piano, anem a l'habitació del cantó, el sentirem més fluixet, però seguirà sonant el mateix Do3. Ara, toquem el mateix Do3 en un piano de caoba, continua sonant el mateix. Curiós, no?

És més, gravem el Do3 del piano (energia mecànica) mitjançant un micròfon (passem d'ona mecànica a electromagnètica) i el guardem en un CD (digitalització de l'ona electromagnètica) per escoltar-lo més tard, després aquest CD el reproduïm en un lector làser que envia una senyal elèctrica a uns altaveus de l'habitació a través d'un cable de coure i aquests convertiran l'energia electromagnètica en mecànica i aquestes ones, vibrant a través de l'aire, arriben a les nostres orelles. Finalment, els conductes auditius traslladen l'energia mecànica cap a les neurones que envien una senyal electroquímica al cervell i finalment aquest acaba pensant: «ah, sí, quin Do3 més bonic!» Sempre serà un Do3 malgrat totes aquestes transformacions!! I si el Mick Jagger salta en un escenari a milers de quilòmetres de casa teva i segueixes el concert en directe per la televisió, les notes de casa sonen amb les mateixes afinacions que les del escenari en directe (i les desafinades també!). Màgia? No, és l'anomenat *principi d'invariància* de les freqüències, un fenomen ben curiós però molt important perquè si no fos així...quin caos als concerts!

I ara anem a l'òpera.

La llegenda alemanya de *Parzival* va ser convertida en òpera sota el títol de «*Lohengrin*» pel genial compositor alemany Richard Wagner. En el «preludi», el leitmotiv o motiu conductor del Sant Grial és exposat per la secció de violins en una tonalitat cada cop més aguda per indicar el començament del seu viatge, l'ascens al Cel.

Wagner tenia molt talent com a compositor, sabia que si s'eliminen les freqüències baixes i es potencien les agudes, provocaria una sensació artificial de llunyania. Un truc de màgia auditiu d'una escenografia que vol representar el Grial ascendint i viatjant més enllà d'on arriba la vista. Quan Wagner vol que el Grial torni a la terra, entren mesclats gradualment la resta d'instruments més greus, sense brusquedats. Sublim!

Per què ens dóna aquesta sensació? Hem dit que les amplituds de les ones esfèriques decreixen regularment a l'allunyar-se del focus; però curiosament aquesta caiguda és molt més ràpida en les ones greus que en les agudes. Wagner jugava amb una sensació que ja es troba a la natura, potenciant-la amb tonalitats agudes per crear l'efecte de distància.

Escollar Wagner, doncs, ajuda a entendre i gaudir de l'acústica (i no només, com deia Woody Allen, fa venir ganes d'invadir Polònia).

Richard Wagner
Lohengrin
VIOLINO I.
AKT I.

VORSPIEL.
Langsam. $\text{♩} = 8$ natürlich

2 Solo-Violenen.
*) Durch Flageolett hervorbringen.

Tutti-Violenen.
(In gleicher Stärke zu besetzen.)

Partitura preludi acte I Lohengrin. Font: William and Gayle Cook Music Library
Indiana University School of Music

Teoremes, cordes i martells

«Per estudiar la música, hem d'aprendre les regles.

Per crear música, hem de trencar-les»

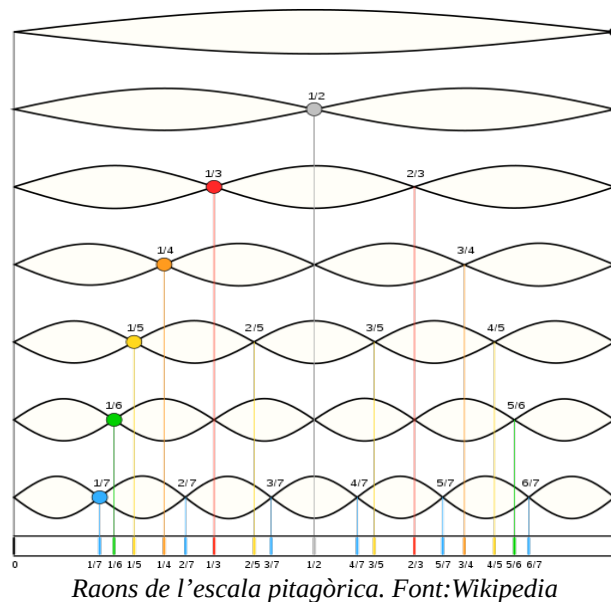
- Nadia Boulanger –

(1887-1979, compositora, directora i professora de música)

Diu la llegenda que el savi Pitàgores passejava per un mercat mentre es va adonar d'un curiós fenomen auditiu. D'una ferreria provenien diferents sons «harmoniosos» i, encuriós, va entrar i va observar que aquests provenien de diferents martells. Al examinar-los va apreciar que les notes eren a causa de la raó entre pesos dels martells i no de la força en que eren colpejats ni de la distància fins a l'oient (recordeu el principi d'invariància?).

Una vegada a casa, va seguir investigant. En lloc de martells, ho va fer amb el monocordi, un instrument d'una sola corda que servia molt bé per l'estudi dels sons o per acompanyar una monodia a l'uníson. (Segurament els seus compatriotes agraiïen més que el seu veí toqués el monocordi que patir els cops de mall).

El cas és que va observar que si pincem la corda del monocordi produeix una nota determinada (per allò de les vibracions), però si dividim la corda per la meitat prement amb el dit, la nota és el doble d'aguda, l'anomenada octava. Si de tres parts n'agafem dues, es produeix la quinta, si de quatre n'agafem tres, tindrem la quarta. Les raons serien 1:2 per l'octava, 3:2 la quinta i 4:3 la quarta. Així, si la corda sencera produeix un Do (imaginem que estem en to de *do major*), l'octava seria el Do', la quinta el Sol, i la quarta el Fa. Ja tenim els graus tonals de l'escala Pitagòrica! Ara podem deduir la resta de notes de l'escala pujant quintes a partir d'aquesta raó 4:3 (el Sol) produiria la nota Re, d'aquesta generem el La, del La al Mi, del Mi al Si, d'aquest al Fa# i així successivament fins a completar les 12 notes de l'escala cromàtica. Fantàstic, ja tenim l'escala musical. Tot correcte... o no?



Tot i que durant segles es considerava una escala perfecta i divina (com tota la mística que sol envoltar Pitàgores) tenia un problema: una vegada donem la volta al marcador, per dir-ho grollerament, el so enharmònic resultant no tenia la mateixa freqüència múltiple que la primera. Sabem que per construir els dotze semitons que componen l'escala cromàtica a base de quintes(3/2), necessitem l'equivalent de set octaves(2/1).

Posarem una petita fracció per a representar-ho matemàticament:

$$(3/2)^{12} / (2/1)^7 = 1.013643265$$

Si fossin equivalents donaria 1; però no, ens dóna una aproximació: heus ací la famosa «Coma Pitagòrica» Quin horror!

Mentre no es canviava de tonalitat, aquesta escala era útil i molt pura, però resultava impossible avançar en noves formes de composició com ara el canvi de to dins una mateixa composició, les anomenades «modulacions».

Seria un matemàtic francès, Marin Mersenne, que trobaria la solució molts segles més tard: l'*escala temperada*, una escala logarítmica que repartiria els dotze intervals a parts proporcionals.

Però les trifulgues entre teòrics musicals a causa de les afinacions és una altra emocionant història que un altre dia potser us explicaré.

Ah, per cert, aquesta història dels martellets de Pitàgores sembla ser que la va inventar el matemàtic pitagòric Nicòmac de Gerasa (s. I), i Boeci (s. VI) li va copiar; però com se sol dir: no deixem que la realitat espatlli una bonica història.

El que sí podem deduir és que cada nota de l'escala musical ve donada per unes vibracions determinades. Per exemple, agafant com a nota base el La³ tenim que vibra a 440Hz (aquest punt de partida es decideix arbitràriament, una mena de mesura universal); per tant, l'octava següent -el La⁴- seria el doble: 880Hz.

Sabent aquestes coses de les ones i les vibracions, ens preguntarem: podríem d'alguna manera transformar el so en dibuixos o en altres formes que escapin de la dimensió exclusivament auditiva? Doncs sí, gràcies a la «màgia» de les *ones estacionàries*.

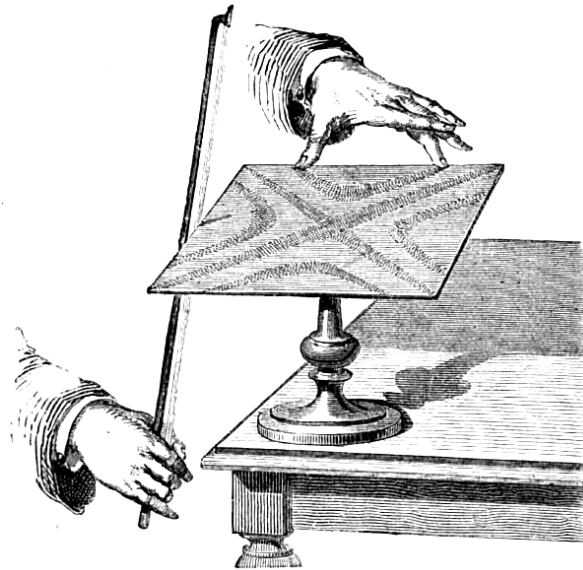
La senyora Margaret canta per un tub

«Jo dic que quan una taula és colpejada en diferents llocs, la pols que està damunt d'ella es redueix a diferents formes de monticles i petits turons [...] La pols que es colpeja a la taula es divideix en diversos turonets que descendeixen de la hipotenusa d'aquests turons, s'endinsen sota la seva base i s'alcen de nou al voltant del l'eix del punt del turó i, per tant, es mou semblant un triangle rectangular...»

-Leonardo da Vinci- (1452-1519)

El mestre i geni renaixentista Leonardo da Vinci ja va intuir un estrany fenomen amb les vibracions d'una taula i pols al damunt. Segons explica a les seves notes, es formen uns turons amb la pols distribuïts en patrons regulars quan una superfície vibra. Veia que la pols es concentrava en uns llocs determinats de la superfície plana de la taula i no en altres.

Però no va ser fins segles més tard, al 1787, que l'anomenat pare de l'acústica moderna **Ernst Chladni** va estudiar el fenomen a fons. Aquest físic i músic alemany, va descobrir que si s'escampava sorra fina sobre una placa quadrada i feia vibrar la placa certes notes amb un arc de violí, els harmònics produïen diferents patrons a la sorra. També va observar que si són patrons inharmònics, produeix un garbuix caòtic a la sorra, sense cap tipus de patró. En altres ocasions, va observar que es podien generar més dibuixos tocant amb els dits el cantó de la placa en les divisions harmòniques de la seva longitud.



Generació de les figures amb arc de violí. Fotografia: Wikipedia

Què en diu la física d'aquest fenomen? Repassem. Fins ara sabem que una ona mecànica és aquella que es transmet per un material i, si aquesta es continua produint de forma contínua i ordenada, s'anomena *ona periòdica*. Quan es produeix una interferència entre dues ones, se superposen, sumant així les seves amplituds a cadascun dels punts per on l'ona es transmet. L'amplitud de l'ona resultant és la suma de les amplituds individuals. Això és el *principi de superposició*.

Si una ona xoca contra una pared, es reflexa gairebé en la seva totalitat i a la mateixa freqüència que l'ona original en el mateix medi i amb la mateixa *longitud d'ona* (distància λ , en cm. que recorre l'ona en un període T^s). Pel principi de superposició, la pertorbació resultant serà igual a la suma de les pertorbacions individuals. Això implica que hi haurà punts en què les dues ones s'anul·laran mútuament (*nodes*) i punts en què les dues ones se sumaran obtenint així una ona del doble d'amplitud que l'original (*ventres o antinodes*).

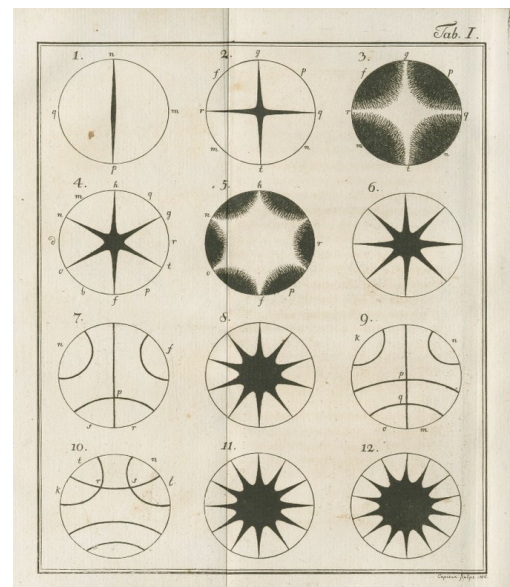
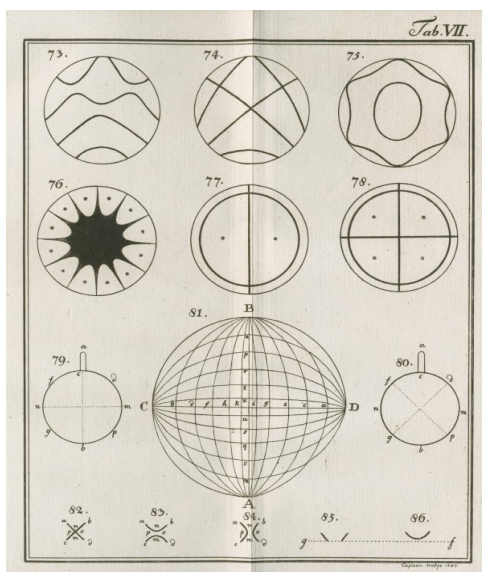
Aquesta superposició dona el curiós fenomen de les *ones estacionaries*. A cada punt de la pared, les velocitats i les pressions de les ones se sumen. Com les partícules de l'aire no poden desplaçar-se prop de la pared per la seva rigidesa, la velocitat de l'ona reflectida està en aquest punt en oposició de fase amb la velocitat de l'ona incident, ja que la suma d'ambdues es sempre nul·la. El mateix passa a tots els punts situats a $\lambda/2$ o un múltiple $\lambda/2$ de la pared on l'ona s'ha desfasat 180° ; aquests punts sempre restaran immòbils. Pel contrari, als punts $\lambda/4$ o múltiples senars de la pared estan en fase i es desplacen a una amplitud doble. Els punts intermedis vibren a una amplitud intermèdia. El fenomen de les ones estacionaries explica molt bé un altre fenomen: *el de la ressonància*. Un autèntic malson per a tècnics de so i músics! Però aquesta és una altra història.

Resumint, doncs, tindríem que una ona estacionària no és una ona viatgera per l'espai, sinó que només es conserven les vibracions de cadascun dels punts estacionaris. Les partícules es mouen en uns moviments harmònics simples d'amplitud variables però que en els seu conjunt no generen cap velocitat de transmissió de l'ona per l'espai.

Quan ressona la placa en l'experiment, aquesta es divideix en regions que vibren en direccions oposades, com hem explicat. Aquestes regions estan delimitades per línies on no es produeix cap vibració: les *línies nodals*, creant uns dibuixos que són els anomenats *patrons nodals*.

Actualment no se solen fer servir arcs de violí per l'experiment, sinó que s'utilitza un generador de freqüència que fa vibrar un altaveu situat sota la placa.

Val a dir que els dibuixos no només es produeixen en plaques quadrades. A la dècada de 1880, l'espavilada cantant Margaret Watts Hughes va construir-se un aparell que va anomenar *eidophone (idiòfon)* que consistia en una base buida amb una membrana tensada al damunt i un tub unit a la seva base amb una boca a l'altra extrem. A mesura que la «diva» anava cantant les escales diatòniques pel tub d'aquesta gran pipa, la pols fina de licopodi (no va agafar sal, a la senyora li agradaven les herbes) escampada a la membrana tensada començava a agafar formes i simetries que ella va comparar amb flors (a més del cant, devia tenir passió per la flora pel que es veu). Amb això es pot deduir que si la placa és quadrada com la de Chladni, produeix figures dobles o quàdruples, mentre que si la placa o membrana és rodona, crea figures arrodonides. S'ha experimentat també amb altres plaques com el·líptiques, triangulars i altres formes, generant cadascuna els seus propis patrons.



Reproduccions del tractat d'Acústica d'Ernst Chladni, 1809

Tot i que el fenomen s'ha entès i investigat tant del punt de vista de les ciències físiques com de l'art a partir del s.XIX, ja es troben indicis d'aquests patrons en uns concs xinesos de la dinastia Han (202 a.C. - 9 d.C.) . Aquests recipients s'omplien d'aigua i es fregaven produint certes figures.

Altres personatges que van treballar el tema de les ones van ser Galileo Galilei (com no!), Hooke, Michael Faraday amb els seus estudis de les vibracions a l'aigua, petroli o gra, a més del Leonardo da Vinci, entre altres.

L'autor del terme «cimàtica» (*cymatics*, del grec *kyma*, *κῦμα*, «ona») és de Hans Jenny (1904-1972), físic, metge i naturalista suís amb treballs que estaven entre l'art, la ciència i l'esoterisme (era seguidor de la doctrina de l'antroposofia de Rudolf Steiner). Les obres més importants de Jenny, i que resumeixen gran part del coneixement fins aleshores, són els dos volums: *Kymatic* (*Cymatics*). Val la pena donar-hi una ullada si es vol estudiar a fons aquesta geometria.

Un altra autor, el japonès Masaru Emoto aprofita idees especulatives sobre aquestes formes i s'endinsa cap a la pseudo-ciència amb idees tan controvertides com les propietats curatives del so o de la famosa «memòria de l'aigua», totalment desacreditada per la ciència a causa de la violació de les lleis de la física.



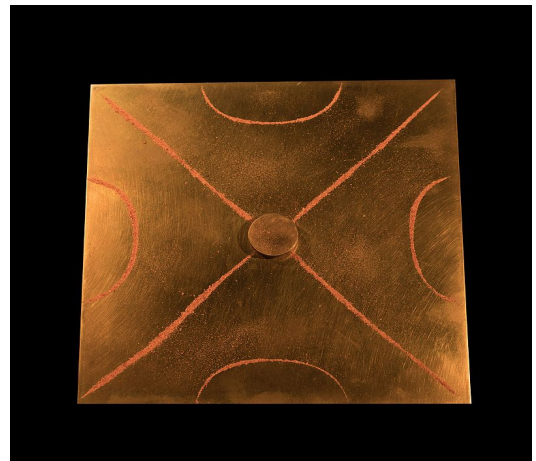
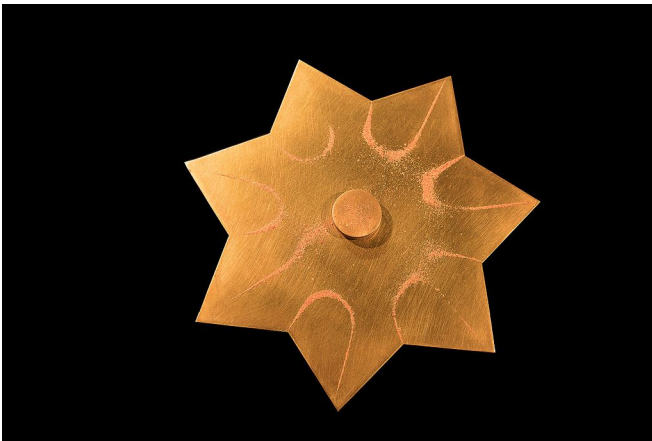
Fotografia: Antonio Escubedo

Però actualment són molts els bons investigadors que treballen en aquests camp, principalment artistes multi-disciplinars, creant autèntiques obres d'art de gran bellesa audio-visual. No es limiten a treballar amb plaques i pols, si no que utilitzen altres materials com aigua, solucions de midó, ferrofluid o fins i tot foc! Donant un

tomb pels buscadors d'internet es troben molts exemples, com el vídeo del treball artístic de Nigel Stanford, una verdadera obra d'art:
<https://www.youtube.com/watch?v=Q3oItpVa9fs>

Un altre artista digne de menció és l'enginyer en acústica John Stuart Reid que porta a un altre nivell l'estudi de la cimàtica, desenvolupant un instrument científic anomenat CymaScope. Segueix la mateixa idea de Chladni però ofereix més precisió i opcions d'anàlisi molt més acurades:

<https://www.cymascope.com>



Figures en diferents plaques. Font: wikipedia

Tot aquest món tan fascinant de la vibració de la matèria pel so ens recorda en tot moment que la ciència i l'art formen una perfecte simbiosi.

I ara que sabem una mica més el funcionament de les ones, freqüències, geometries sonores, notes musicals i de Parzivals, us atreviríeu a desxifrar les pintures al fresc de Santa Maria de Carrasca o de la capella de Rosslyn i saber si amaguen alguna melodia secreta? Hi trobaríem pistes que van deixar els templers per trobar el mític Sant Grial? Ho ignoro, però segur que trobareu un tresor millor: el coneixement científic.

Xavier de Palau, 2018
www.xavierdepalau.net

BIBLIOGRAFIA:

- CHLADNI, Ernst Florens Friedrich. *Traité d'acoustique*. Paris: Chez Courcier, 1809
- JENNY, Hans. *Cymatics: A Study of Wave Phenomena and Vibration*. Regne Unit: Macromedia Publishing, 2007
- ANDRÉS, Ramon. *Diccionario de música, mitología, magia y religión*. Barcelona: Acantilado, 2012
- JEANS, James Sir. *Science & Music*. New York: Dover Publications, Inc, 1968
- WRIGHT, David. *Mathematics and Music*. USA: American Mathematical Society, 2009
- HAMMEL GARLAND, Trudi, VAUGHAN KAHN, Charity. *Math and Music. Harmonious Connections*. USA: Dale Seymour Publications, 1995
- ARBONÉS, Javier, MILRUD, Pablo. *La armonía es numérica. Música y matemáticas*. Barcelona: RBA-libros, 2010
- ASTHON, Antony. *Harmonograph. A Visual Guide to the Mathematics of Music*. New York: Walker & Company, 2003
- PIERCE, John R. *Los sonidos de la música*. Barcelona: Labor, 1985
- CALVO-MANZANO, Antonio. *Acústica físico-musical*. Madrid: Real Musical editores, 1991
- RUELLE, Ch.- Em. *Collections des auteurs grecs relatifs a la musique. Nicomaque de Gérase. Manuel d'harmonique et autres textes relatifs à la musique*. USA: Leopold Classic Library, 2018. Publicació sota demanda de l'edició francesa de Baur-Editeur, 1881
- DA VINCI, Leonardo, *The notebooks of Leonardo da Vinci*. <https://archive.org/details/noteboo00leon>
- VARIS AUTORS. *Quadrivium. Las cuatro artes liberales clásicas: aritmética, geometría, música y astronomía*. Kerkdriel: Librero, 2014
- MATRAS, Jean-Jacques. *El Sonido*. Barcelona: Orbis, 1986
- MARTÍNEZ, Maria Lara. *Enclaves templarios*. Madrid: Edaf, 2017. 3ª edición
- ATIENZA, Juan G. *Los enclaves templarios. Guía mágica de la orden en España*. Barcelona: Editorial Planeta, 2006